**ЛЕКЦИЯ №9.** **ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

***Вопросы:***

1. *Роль задач в обучении математике*
2. *Классификация задач*
3. *Виды задач и их функции*
4. *Основные компоненты задачи*
5. *Этапы решения задачи*
6. *Организация обучения решению математических задач*
7. *Индивидуальное решение задач*

РОЛЬ ЗАДАЧ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

При обучении математике задачи имеют образовательное, прак­тическое, воспитательное значение. Они развивают логическое и алгоритмическое мышление учащихся, вырабатывают практиче­ские навыки применения математики, формируют диалектико-материалистическое мировоззрение, являются основным средством развития пространственного воображения, а также эвристического и творческого начал.

При обучении теоретическим знаниям задачи способствуют моти­вации введения понятий, выявлению их существенных свойств, усвое­нию математической символики и терминологии, раскрывают взаимо­связи одного понятия с другими.

В процессе изучения теоремы задачи выполняют следующие функ­ции: способствуют мотивации ее введения; выявляют закономерности, отраженные в теореме; помогают усвоению содержания теоремы; обеспечивают восприятие идеи доказательства, раскрывают приемы доказательства; обучают применению теоремы; раскрывают взаимо­связи изучаемой теоремы с другими теоремами.

С изменением роли и места задач в обучении обновляются и видо­изменяются и сами задачи. Раньше они формулировались с помощью слов «найти», «построить», «вычислить», «доказать», в современной школе чаще используются слова «обосновать», «выбрать из различных способов решения наиболее рациональный», «исследовать», «спрогно­зировать различные способы решения» и т.д.

Решение задач является наиболее эффективной формой развития математической деятельности.

КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ

В современной методической и психологической литературе при­нята классификация задач. По характеру требования:

– задачи на доказательство;

– задачи на построение;

– задачи на вычисление.

По функциональному назначению:

– задачи с дидактическими функциями;

– задачи с познавательными функциями;

– задачи с развивающими функциями.

По величине проблемности:

– стандартные (известны все компоненты задачи);

– обучающие (неизвестен один из четырех компонентов задачи);

– поисковые (неизвестны два из четырех компонентов задачи);

– проблемные (неизвестны три из четырех компонентов задачи).

В соответствии с тем, какие компоненты задачи (А – условие, В – заключение, К– решение, С – базис решения задачи) неизвестны ре­шающему, сформировалась следующая типология:

1-й тип – известны все компоненты (АСКВ);

2-й тип – неизвестен один компонент:

а) ...СКВ; б) А...КВ; в) АС...В; г) АСК...;

3-й тип – неизвестны два компонента:

а) А......В; б) ...СК... и т.д.;

4-й тип – неизвестны три компонента:

а).........В; б) А.........; в) ...С......; г)......К....

По методам решения:

– задачи на геометрические преобразования;

– задачи на векторы и др.

По числу объектов в условии задачи и связей между ними:

– простые;

– сложные.

По компонентам учебной деятельности:

– организационно-действенные;

– стимулирующие;

– контрольно-оценочные.

Кроме того, различают задачи: стандартные и нестандартные; тео­ретические и практические; устные и письменные; одношаговые, дву-шаговые и др.; устные, полуустные, письменные и т.д.

ВИДЫ ЗАДАЧ И ИХ ФУНКЦИИ

По своему функциональному назначению задачи как средство обу­чения могут быть направлены или на формирование знаний, умений и навыков учащихся (обучающие задачи), или на осуществление контро­ля со стороны учителя или учащихся уровня сформированности зна­ний, умений и навыков (контролирующие задачи).

Обучающие задачи, прежде всего, связаны с формированием эле­ментов теоретических знаний и связанных с ними умений.

В системе задач, направленных на усвоение нового понятия и его определения, выделяют задачи:

– на раскрытие практической значимости понятия или его значи­мости для дальнейшего продвижения в изучении математики;

– на актуализацию знаний и умений, необходимых при формиро­вании понятия;

– на выделение существенных признаков понятия;

– на распознавание понятия;

– на усвоение текста определения понятия;

– на использование математической символики;

– на установление свойств понятия;

– на применение понятия;

– на усвоение математических понятий;

– на овладение математической символикой.

ОСНОВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ ЗАДАЧИ

В задаче выделяют основные компоненты:

1. Условие – начальное состояние;

2. Базис решения – теоретическое обоснование решения;

3. Решение – преобразование условия задачи для нахождения тре­буемого заключением искомого;

4. Заключение – конечное состояние.

Математическими считаются все задачи, в которых переход от на­чального состояния (1) к конечному (4) осуществляется математиче­скими средствами, т.е. математическим характером компонентов: обоснование (2) и решение (3).

Если все компоненты задачи (условие, обоснование, решение, за­ключение) – математические объекты, то задача называется чисто ма­тематической; если математическими являются только компоненты решение и базис решения, то задача называется прикладной математи­ческой задачей.

На основе рассмотренной модели общего понятия задачи и ее ос­новных компонентов строят дидактически направленную модель ти­пологических особенностей задачи, зависящих от того, на каком этапе обучения эта задача предъявлена учащимся, какими знаниями и опы­том обладают школьники в момент ее предъявления, в какой форме сформулирована задача и т.д.

Проблемный характер задачной системы определяется тем, какие из основных компонентов задачи неизвестны.

Стандартной называется задача, в которой четко определено уело вне, известны способ решения и его обоснование, а также даны упраж­нения на воспроизведение известного. Задача называется обучающей, если в ней неизвестен или плохо определен один из основных компо­нентов. Если неизвестны два компонента, задача называется поисковой, а если три – проблемной.

В литературе встречается следующая классификация задач: на вычисление, на доказательство, на построение, на исследование, однако такое деление не может быть инструментом в обучении школьников решению задач, потому что задачи этих видов не от­личаются друг от друга уровнем сложности, характером деятель­ности человека по их решению. Например, в задачах на вычисле­ние и построение приходится много доказывать, а в задачах на построение и доказательство приходится много исследовать и т.д., поэтому такая классификация задач ничего не дает.

Кроме того, задачи делят на правильные, с противоречивыми данными, с лиш­ними данными, теоретические и практические, стандартные и не­стандартные и т.д.

Интересна классификация задач, учитывающая характер связей между элементами задачи, соотношение между воспроизводящей и творческой деятельностью учеников:

– алгоритмические задачи;

– полуалгоритмические задачи;

– эвристические задачи.

Алгоритмические задачи – задачи, которые решаются с помощью непосредственного применения определения, теоремы, т.е. для реше­ния которых имеется алгоритм. Например, задача на нахождение гипо­тенузы в прямоугольном треугольнике по известным катетам по фор­муле Пифагора. Применение алгоритма быстро и легко приводит к желаемому результату.

Полуалгоритмические задачи – задачи, правила, решения которых носят обобщенный характер и не могут быть полностью сведены к объ­единению элементарных актов. Связи между элементами этих задач легко обнаруживаются учениками. Полуалгоритмические задачи в ка­честве подзадач содержат алгоритмические задачи. Например, извест­ны стороны треугольника и высота, опущенная на основание. Необхо­димо найти периметр треугольника.

Решая полуалгоритмические задачи, ученик учится «сворачивать» знания, фиксируя их в сознании крупными блоками. При этом он на­чинает применять усвоенные алгоритмы в разных ситуациях.

Эвристические задачи – задачи, для решения которых необходи­мо выявить некоторые скрытые связи между элементами условия и требования или найти способ решения, причем этот способ не явля­ется очевидной конкретизацией некоторого обобщенного правила, известного ученику, или сделать и то и другое. Например, известны стороны треугольника. Нужно найти расстояние от середины высо­ты, проведенной к меньшей стороне, до большей стороны треуголь­ника.

При решении эвристических задач ученик должен использовать эв­ристические приемы и методы.

ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Решение задачи осуществляется в несколько этапов.

1. Ознакомление с содержанием задачи.

– Осознание условия и требования задачи, усвоение и разработка элементов условия (или элементов цели).

– Поиск необходимой информации в сложной системе памяти.

– Соотнесение условия и заключения задачи с имеющимися зна­ниями и опытом и т.д.

2. Поиск решения – выдвижение плана решения задачи.

– Целенаправленные пробы различных сочетаний из данных и ис­комых.

– Попытки подвести задачу под известный тип.

– Выбор наиболее приемлемого в данных условиях метода решения (из известных).

– Выбор стратегии решения, поиск плана решения и его корректи­ровка на основе предварительной апробации, соотнесения с условием задачи и интуитивными соображениями, фиксирование определенно­го плана решения задачи и т.д.

3. Процесс решения – реализация плана решения.

– Проводится практическая реализация плана решения во всех его деталях с одновременной корректировкой через соотнесение с услови­ем и выбранным базисом, выбор способа оформления решения, запись результата и т.д.

4. Проверка решения задачи.

– Фиксация конечного результата решения.

– Критический анализ результата, поиск путей рационализации решения, исследование особых и частных случаев, выявление сущест­венного (потенциально полезного), систематизация новых знаний и опыта и т.д.

Сюжетной называют такую задачу, в которой данные и связь между ними включены в фабулу. Содержание сюжетной задачи чаще всего представляет собой некоторую ситуацию, более или менее близкую к жизни. Эти задачи важны, главным образом, для усвоения учащимися математических отношений, для овладения эффективным методом познания - моделированием, для развития способностей и интереса учащихся к математике. Таковыми являются, например, текстовые за­дачи на составление уравнения. При решении текстовой задачи с по­мощью составления уравнения необходимо придерживаться следую­щей последовательности действий:

1. Вычленить условие и требование задачи.

2.Установить зависимость между данными и искомыми.

3. Выявить способ составления уравнения и т.д. Учебными действиями, посредством которых решается учебная за­дача, являются:

– преобразование условий предметной задачи с целью выявления в ней основного отношения;

– моделирование выделенного отношения в предметной, графиче­ской или буквенной форме;

– преобразование модели отношения для изучения его свойств;

– построение системы частных задач, решаемых общим способом. Решение задач в 5 – 6 классах осуществляется, в основном, тремя способами:

– арифметическим, при котором все логические операции при ре­шении задачи проводятся над конкретными числами и основой рассу­ждения является знание смысла арифметических действий;

– алгебраическим, при котором составляется уравнение (система уравнений), его решение основано на свойствах уравнений;

– комбинированным, который включает как арифметический, так и алгебраический способы решения.

ОРГАНИЗАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Задачи на уроках математики решаются, в основном, фронтальным образом. Фронтальное решение задач – решение одной и той же задачи всеми учениками класса в одно и то же время. Организация фронталь­ного решения задач может быть различной.

Устное решение задач наиболее распространено в среднем звене об­щеобразовательной школы, несколько реже в старших классах. Это, прежде всего, выполняемые устно упражнения в вычислениях и тожде­ственных преобразованиях и задачи-вопросы, истинность ответов на которые подтверждается устными доказательствами. Такое решение задач может проходить в форме «пятиминутки» устных упражнений. При организации устных фронтальных упражнений следует использо­вать таблички, компьютер, интерактивную доску и другие средства представления учащимся устной задачи, что значительно экономит время и оживляет урок мате­матики.

Письменное решение задач с записью на классной доске самим учите­лем или учащимися на уроках применяют:

– при решении первых после показа учителем задач по ознакомле­нию с новыми понятиями и методами;

– при решении задач, самостоятельно с которыми могут справить­ся не все ученики класса;

– при рассмотрении различных вариантов решения одной и той же задачи - для сравнения и выбора лучшего решения;

– при разборе ошибок, допущенных несколькими учениками клас­са при самостоятельном решении задач и т.д.

Письменное самостоятельное решение задач – наиболее эффектив­ная форма организации решения математических задач, при которой ученики обучаются творчески думать, самостоятельно разбираться в различных вопросах теории и приложений математики. Письменное самостоятельное решение задач значительно повышает учебную ак­тивность учащихся, возбуждает их интерес к решению задач, стимули­рует творческую инициативу. Формы организации самостоятельного решения задач могут быть различными.

Комментирование решения математических задач: все ученики са­мостоятельно решают одну и ту же задачу, а один из них последователь­но поясняет (комментирует) решение. Ученик-комментатор объясня­ет, на каком основании он выполняет то или иное преобразование, проводит то или иное рассуждение, построение. При этом каждый шаг должен быть оправдан ссылкой на известные математические предло­жения.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Учитель должен выяснить подготовку, возможности и способности к изучению математики каждого ученика и в соответствии с этим орга­низовать решение математических задач.

Исключительное значение имеют самостоятельные работы уча­щихся по устранению пробелов в знаниях. Такие пробелы могут быть выявлены с помощью проверочных и контрольных работ, при реше­нии задач на уроке или дома. Положительные результаты по устране­нию пробелов в знаниях дают работы над ошибками, коррекционные самостоятельные уроки.

Содержание задач и упражнений, предлагаемых для домашней ра­боты учащихся, должно быть подготовлено предшествующей работой на уроке. Домашнее задание имеет целью не только повторение, но и дальнейшее совершенствование математических знаний, умений и на­выков. Необходимо учитывать различие индивидуальных особенно­стей школьников и индивидуализировать домашние задания. Через индивидуальные домашние задания (параллельно с работой на уроке) можно выявить наклонности отдельных учащихся к математике и раз­вить их. Часто в качестве индивидуального домашнего задания могут выступать реферативные доклады, сообщения, анализ статей и публи­каций математического характера, практические задания и др.

**Вопросы для самопроверки**

1.Какова роль задач в обучении математике? Какие функции выполняют задачи в про­цессе обучения школьников математике?

2.Объясните смысл принципа «обучение через задачи».

3.Охарактеризуйте виды задач и опишите их. Приведите примеры задач разных видов.

4.Назовите и охарактеризуйте основные компоненты задачи. Произведите разбор ка­кой-либо задачи покомпонентно.

5. Раскройте содержание этапов решения задач:

– анализ условия задачи;

– поиск способа решения задачи;

– реализация способа решения задачи;

– оценка различных способов решения задачи;

– использование задачи и ее решения для составления новых задач.

6.Выберите любую задачу и разработайте поэтапную методику ее решения.

7. Как организовать работу учителя по формированию у школьников умения решать математические задачи?

8. Как индивидуализировать процесс решения задачи?