

Практическая работа

Работа № 1. Решение системы уравнений

Задание: решив систему уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 - 4x_3 = 2 \\ -6x_1 + 6x_2 + x_3 = 1 \\ -4x_1 + x_2 + 5x_3 = 2, \end{cases} \quad (1)$$

найти значения x_1, x_2, x_3

Методика выполнения работы

В начале работы требуется обозначить переменные. Примите следующие обозначения:

A — матрица коэффициентов системы;

B — вектор свободных членов;

X — вектор результатов решения.

1. Выведите на экран панели инструментов, необходимые для работы.

Для этого:

выполните команду *F10 -> View -> Math Palette* — для вывода панели 1 (рис. 1.2);

щелкните левой кнопкой мыши на четвертой слева пиктограмме этой панели для вывода на экран панели 2 — *Matrix or Vector*.

2. Задайте матрицу A коэффициентов системы:

в левом верхнем углу рабочего поля окна документа щелкните левой кнопкой мыши

наберите прописными буквами *ORIGIN:=1*, чтобы начать индексацию результатов решения системы с номера 1;

щелкните левой кнопкой «мыши» в рабочей области окна в месте расположения матрицы;

введите с клавиатуры имя матрицы A;

щелкните мышью на пиктограмме с изображением стилизованной матрицы на панели 2;

задайте размер матрицы A 3x3;

нажмите кнопку $\langle OK \rangle$.

На экране появится заготовка для матрицы:

$$A = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix}$$

Введите значения элементов матрицы: мышью установите курсор на верхнем левом черном прямоугольнике матрицы и введите значение 7;

нажмите клавишу $\langle Tab \rangle$. Курсор переместится на одну ячейку вправо; последовательно введите значения:

$$\begin{vmatrix} 7 & -1 & -4 \\ -6 & 6 & 1 \\ -4 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

нажмите $\langle Enter \rangle$;

3. Установите курсор в рабочей области окна под матрицей A и, последовательно выполняя пункты задания № 2, введите с клавиатуры имя матрицы B:

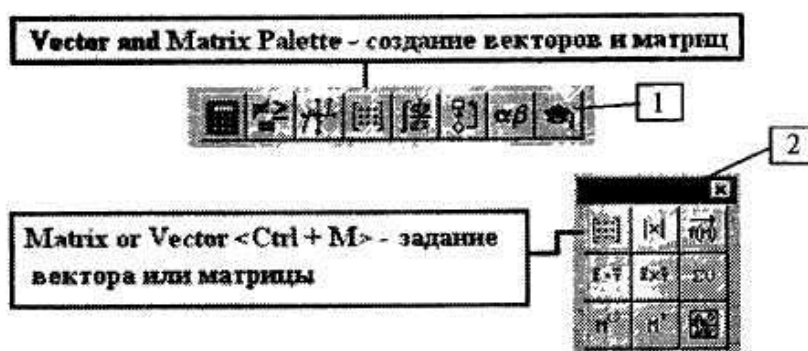


Рис. 1.2. Панели инструментов пакета MathCad, используемые при работе с матрицами

нажмите $\langle Ctrl \rangle + \langle M \rangle$ и задайте размер матрицы B — 3x1;

введите матрицу B:

$$\begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix};$$

нажмите $\langle Enter \rangle$.

4. Создайте обратную матрицу A^{-1} :

введите с клавиатуры A. Нажмите <Shift> + <6> и введите -1. Наберите знак "="; нажмите <Enter>.

5. Для нахождения корней системы линейных уравнений требуется вычислить определитель det. В изучаемом пакете вычисление определителя осуществляется записью следующего выражения: $det: = |A|$. Наберите его, используя соответствующую пиктограмму панели инструментов 2. Выведите на экран полученное значение $det =$ <Enter>. Появится запись $det= 105$. Если значение определителя det не равно нулю, то есть матрица коэффициентов A невырождена, задача имеет однозначное решение во всех случаях и для любого вектора B найдется единственный вектор X, удовлетворяющий заданной системе уравнений (1).

6. Чтобы найти вектор X, выполните следующее:

введите с клавиатуры $X:A^{-1}$;

нажмите два раза клавишу вправо \rightarrow и наберите *B;

нажмите клавишу <Enter>. На экране появится $X:=A^{-1}B$.

7. Введите с клавиатуры X= и нажмите клавишу <Enter>. На экране появится результат решения — матрица 3×1 . Убедитесь, что все компоненты вектора X равны единице.

8. Чтобы вывести на экран значения X_1, X_2, X_3 , выполните следующее:

введите с клавиатуры $X[1=$ нажмите <Enter>. На экране появится $X1 =$ значение первого корня;

введите с клавиатуры $X[2=$ нажмите <Enter>. На экране появится $X2=$ значение второго корня;

так же получите и значения третьего корня.

Работа № 2. Построение графиков функций

Цель работы: освоить построение графиков функций в декартовой системе координат.

Задание: требуется построить графики функций

$$f(x) := \frac{4}{x} \text{ и } g(x) := \frac{1}{x},$$

при изменении x от -10 до +10 с шагом 0,5.

Методика выполнения работы

1. Выведите на экран панели инструментов, необходимые для работы: для вывода панели 1 выполните команду F10 -> View —> Math Palette; щелчком мыши на третьей слева пиктограмме панели 1 выведите на экран панель 3 — *Math Palette (Графика)* для работы с графиками;

щелчком мыши на первой пиктограмме панели 1 выведите на экран панель 4 — *Arithmetic Palette (Счет)*, предназначенную для набора различных математических формул (рис. 1.3).

2. Установите курсор на рабочем поле и введите с клавиатуры:

4 $f(x) := -4/x$. Нажмите клавишу $\langle \text{Enter} \rangle$. На экране появится:

$$f(x) := \frac{4}{x}$$

3. Формирование вектора значений: введите с клавиатуры: $x: -10; 10$. Нажмите клавишу $\langle \text{Enter} \rangle$. На экране появится: $x: =-10..10$. При такой записи шаг изменения аргумента берется по умолчанию равным 1. Если такая точность не устраивает пользователя, то указывается первое (минимальное) значение аргумента, затем через запятую — второе значение аргумента, равное первому значению плюс шаг, а затем после нажатия клавиши точка с запятой (;) верхний предел диапазона изменения аргумента x . Так, для задания шага изменения аргумента равного 0.5, необходимо набрать $x: = -10,-9.5;10$.

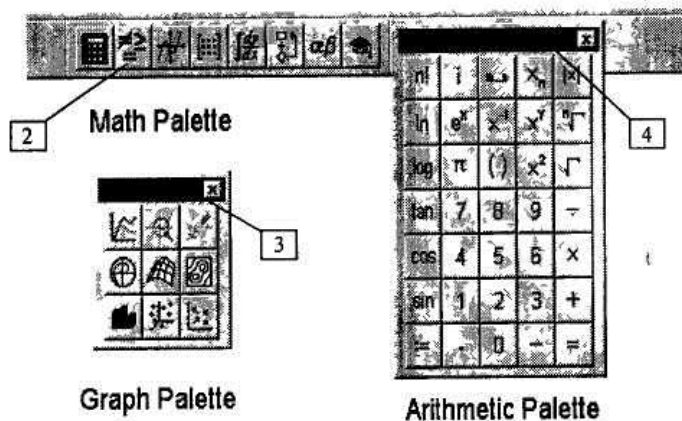


Рис. 1. 3 Панели инструментов, используемые при построении графиков функций

4. Построение графика начинается с вывода на экран дисплея заготовки графика — двух вложенных прямоугольников с черными квадратиками у левой и нижней сторон (рис. 1.4):

щелкните мышью в рабочей области экрана в предполагаемой точке расположения верхнего левого угла рисуемого графика;

щелкните на кнопке *Графики* панели инструментов 3 *Graph Palette* (или выберите команду *Graph, X-Y Plot* в меню *Insert*, или нажмите $\langle Shift \rangle + \langle 2 \rangle$).

5. Заполните заготовку графика именем функции и именем аргумента: щелчком мыши установите курсор в точку Функция $f(x)$ — черный квадратик у левой стороны прямоугольника;

наберите $f(x)$;

щелчком мыши установите курсор в точку Аргумент X — черный квадратик у нижней стороны прямоугольника;

наберите x; нажмите клавишу $\langle Enter \rangle$. График появится на экране (рис. 1.5).

6. Для оформления графика координатными осями выполните следующее:

дважды щелкните мышью на графике — появится диалоговое окно *Formatting Currently Selected X-Y Plot*;

выберите вкладку *X-Y Axes* (рис. 1.6);

в поле выбора *Axes Style* нажмите кнопку *Crossed* для представления

графика с изображением осей координат;

в поле *X-Axis* уберите флажок *Auto Grid*, в поле ввода *Number of Grids* введите число 5, что означает разметку оси X;

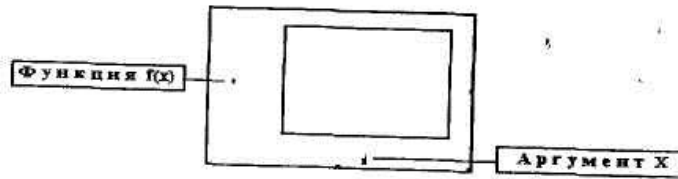


Рис. 1.4. Заготовка графика функции

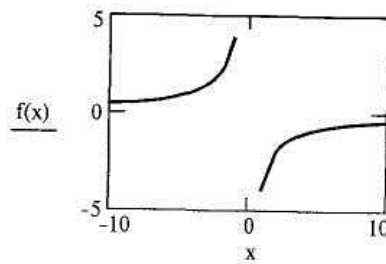


Рис. 1.5. График функции $f(x) = -\frac{4}{x}$

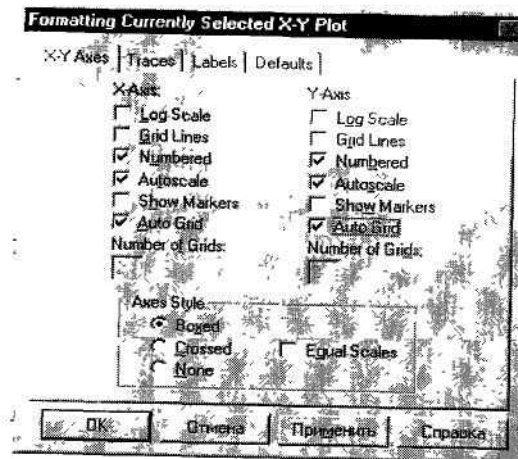


Рис. 1.6. Вкладка диалогового окна форматирования графика — редактирование осей

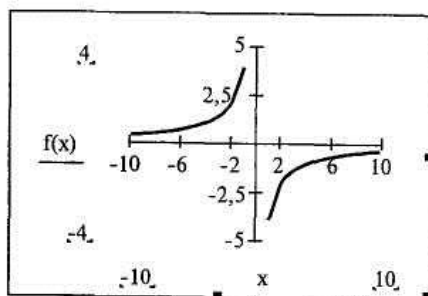


Рис. 1.7. График функции $f(x) = -\frac{4}{x}$ после редактирования осей координат

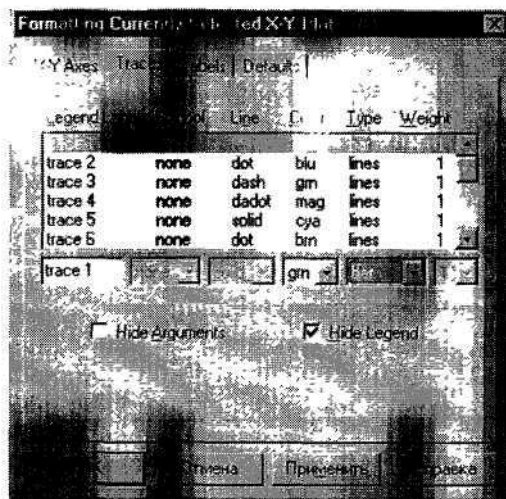


Рис. 1.8. Вкладка диалогового окна форматирования графика — изменения вида графика в поле *Y-Axis* уберите флажок *Auto Grid*, в поле ввода *Number of Grids* введите число 4.

7. Измененный график появится на экране (рис. 1.7).
8. Чтобы модернизировать график, выполните следующие шаги: установите курсор на графике и двумя щелчками мыши вызовите диалоговое окно *Formatting Currently Selected X-Y Plot*; в диалоговом окне выберите вкладку *Traces* (рис. 1.8); в однострочном поле *Color* установите цвет grn (зеленый); в однострочном поле *Type* установите bar (прямоугольник); нажмите клавишу <OK>. Новое представление графика изображено на рис. 1.9.
9. Чтобы добавить новый график к существующему:

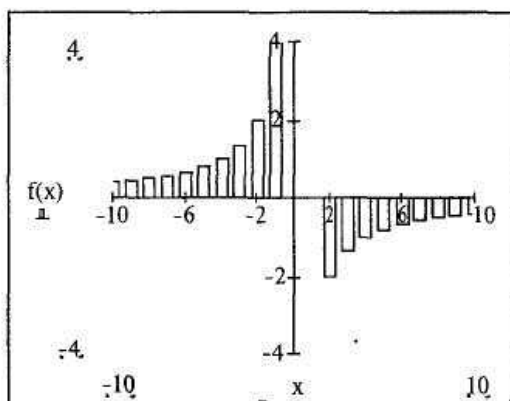


Рис. 1.9. График функции $f(x) = -\frac{4}{x}$ после редактирования вида графика

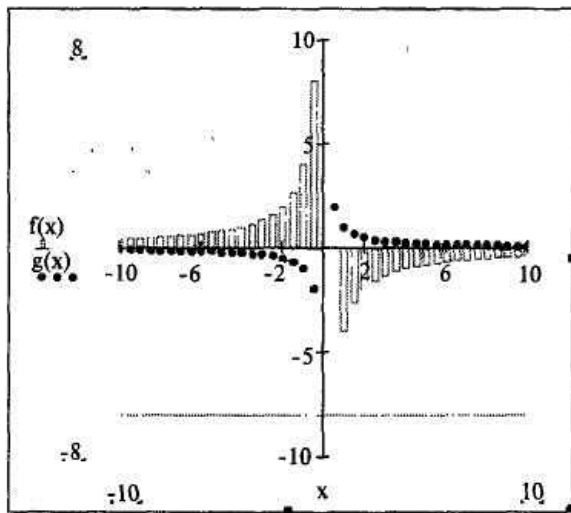


Рис. 1.10. График функции $f(x) = -\frac{4}{x}$ и $g(x) = \frac{1}{x}$

установите курсор на рабочем поле в строке справа от функции $f(x)$;

введите с клавиатуры: $g(x):(1/x)$;

нажмите клавишу $\langle Enter \rangle$. На экране появится: $g(x):=\frac{1}{x}$

выделите график;

щелкните мышью на графике функции. Установите курсор справа от $f(x)$;

наберите на клавиатуре запятую. Курсор перейдет на следующую строку;

наберите на клавиатуре $g(x)$. Нажмите клавишу $\langle Enter \rangle$;

измените цену деления на оси X, изменив строку $x:=-10..10$ на $x:=-10,-9.5..10$;

линию графика $g(x)$ изобразите по своему усмотрению, используя диалоговое окно *Formatting Currently Selected X-Y Plot*. На рис. 1.10 выбран точечный график (*Type* — points, *Weight* — 3) голубого цвета (blue).

Работа № 3. Решение нелинейных уравнений

Цель работы: поиск корня нелинейного уравнения с помощью

функции Root.

Задание: определить значение корня уравнения $x + \lg(x) + \ln(x/10) = 11.1$ с точностью 10^{-3} , если известно, что $x \in [10; 11]$.

Методика выполнения работы

Многие уравнения не имеют аналитических решений. Они могут решаться численными методами с заданной погрешностью. Для простейших уравнений вида $F(x)=0$ решение находится с помощью функции root (Выражение, Имя_переменной). Функция root возвращает значение переменной, при котором выражение становится равным нулю, т. е. $F(x)=0$.

Для решения уравнения надо сначала задать начальное значение переменной. Функция всегда имеет несколько решений, поэтому выбор решения определяется начальным значением переменной.

Введем условные обозначения:

$f(x)$ — функция, приравниваемая к 0;

TOL — точность вычисления;

x - начальное значение переменной;

$x1$ — приближенное решение функции $f(x)$.

1. Выведите на экран панели инструментов, необходимые для работы: для вывода панели 1 (рис. 1.3) выполните команду F10 -> View -> Math Palette;

щелчком мыши на первой пиктограмме панели 1 выведите на экран панель 4 — *Arithmetic Palette (Счет)*, предназначенную для набора различных математических формул.

2. Задание вида функции и условий:

в рабочей области экрана с клавиатуры введите функцию

$$f(x) := x + \lg(x) + \ln(x/10) - 11.1;$$

в рабочей области экрана введите точность TOL: -10 и начальное значение переменной $x = 10$;

функции, которые не заданы в MathCad в явном виде, необходимо выразить через другие функции, например $\lg(x) - \ln(x)/\ln(10)$.

3. Решение нелинейного уравнения с помощью функции `root`.

В рабочей области экрана наберите `x1: = root(f(x),x)`. Нажмите `<Enter>`.

4. Вывод на экран значения `x1`:

наберите `x1 = <Enter>`. На экране появится приближенное значение `x1`.

По умолчанию количество знаков после запятой равно 3;

если требуемая точность превышает 10^{-2} , необходимо изменить формат вывода результата на экран командой `F10→Format→Number→Displayed Precision`.

Задания для самостоятельной работы

Задание № 1

Решите соответствующую Вашему варианту систему линейных уравнений:

1. $12x_1 - 20x_2 + 5x_3 = 5$

$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4$$

$$2x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 5$$

2. $20x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3$

$$30x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4$$

$$2x_1 - 6x_2 + 5x_3 = 5$$

3. $12x_1 - 2x_2 + 1x_3 = 5$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6$$

$$6x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 5$$

4. $7x_1 - 3x_2 + 1.6x_3 = 5$

$$3x_1 - 20x_2 + 2.5x_3 = 6$$

$$16x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 5$$

5. $8x_1 - 3x_2 + 5.6x_3 = 5$

$$3x_1 - 2x_2 + 2.5x_3 = 6$$

$$6x_1 - 2x_2 + 3.8x_3 = 5$$

6. $-8.5x_1 - 7x_2 + 5.2x_3 = 5$

$$-9x_1 - 2x_2 + 5.5x_3 = 6$$

$$-6x_1 + 7x_2 + 2.8x_3 = 8$$

Задание № 2

Построить график функции:

Вариант задания	Вид функции $f(x)$	Пределы изменения аргумента	Шаг изменения аргумента
1	$2 + x - x^2$	0 1	001
2	$(1 - x)^2$	0,2 1,5	0 05
3	x^{1-x}	0,1 0,6	0 001
4	$x^3 - 6x^2 + 9x + 4$	0,2 1,5	0 01
5	$x^4 - 7x^2 + 4$	2 4	01
6	$2x^7 - x^4$	-1 0,8	0 01

Задание № 3

Определить корень нелинейного уравнения:

$$1. x + 0,323 - \frac{e^x}{2} = 0$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$, если $x_0 = 0,8$.

$$2. \lg(x) + \sqrt[3]{x} = 1,56$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$, если $x_0 = 2$.

$$3. xe^x = 4,28$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$, если $x_0 = 1,2$

$$4. x + x^2 + \sqrt{x} = 4,75$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$, если $x_0 = 1,5$.

$$5. x - \sqrt[3]{x} = 0,109$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$, если $x_0 = 1,1$.

$$6. x^2 + x = 3,3$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$, если $x_0 = 1,4$.